

$$a) (1 + \alpha)^n \geq 1 + n\alpha, n \in \mathbb{N}, \alpha > -1$$

23. Metodom matematičke indukcije dokazati nejednakosti:

$$a) \sqrt[n]{\underbrace{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}_n} < 3, \quad b) \sqrt[n]{\underbrace{c + \sqrt{c + \sqrt{c + \dots + \sqrt{c}}}}_n} < \frac{1 + \sqrt{4c+1}}{2}$$

24. Metodom matematičke indukcije dokazati nejednakosti:

$$a) 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} > \frac{3n}{2n+1}, n \geq 2,$$

$$b) 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} < n \cdot \sqrt{\frac{1+n}{2}}, n \geq 2.$$

25. Metodom matematičke indukcije dokazati da je zbir kubova tri uzastopna prirodna broja djeljiv sa 9.

26. U ravni je dato n pravih od kojih nikoje dvije nijesu paralelne i nikoje tri se ne sijeku u jednoj tački. Dokazati da ove prave razbijaju ravan na $1 + \frac{n(n+1)}{2}$ djelova.

27. Dokazati da n ravni koje prolaze kroz jednu tačku, tako da nikoje tri od njih ne sadrže istu pravu, dijele prostor na $n(n-1) + 2$ djelova.

2. Binomna formula

1. Izračunati: a) $\frac{7! \cdot 5!}{10!} \left(\frac{9!}{4! \cdot 6!} - \frac{10!}{3! \cdot 8!} \right),$ b) $5! \left(\frac{6!}{7!} + \frac{5!}{3!} \right) - 6! \left(\frac{7!}{9!} + \frac{5!}{8!} \right).$

2. Skrati razlomke: a) $\frac{n!}{(n+1)! - n!},$ b) $\frac{(n+3)! - (n+2)!}{(n+3)!},$ c) $\frac{(n+4)! + (n+3)!}{(n+4)! - (n+3)!}.$

3. Dokazati da je:

a) $\frac{(n+1)!}{n} = (n-1)!(n+1),$ b) $\frac{(n+1)!}{(n+1)n} = (n-1)!,$ c) $\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = (n+2)(n+1)n.$

d) $\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!} = 2n(2n+1),$ e) $\frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+2)!} = \frac{1}{n!(n+2)}.$

4. Primjenom binomne formule naći: a) $(3x+2)^4,$ b) $(1+3x)^5,$ c) $(2x-3y)^3.$

5. Naći:

a) peti član u razvoju $(a^2 - b)^9,$ b) četvrti član u razvoju $(a+b)^7.$

17. Zbir koeficijenata drugog i trećeg člana razvoja binoma $\left(\sqrt[5]{x^2 + x^6}\right)^n$ iznosi 153. Odrediti član razvoja koji ne sadrži x .

18. Zbir binomnih koeficijenata prvog, drugog i trećeg člana razvoja binoma

$$\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$$
 je 11. Naći član koji sadrži x^2 .

19. Naći član razvoja binoma $\left(\sqrt{\frac{y}{x}} + 10\sqrt{\frac{x^7}{y^3}}\right)^n$ koji sadrži xy .

20. Koeficijenti petog i trećeg člana u razvijenom obliku binoma $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ odnose se kao 7:2. Odrediti član koji sadrži x .

21. Naći redni broj onog člana u razvoju binoma $\left(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}}\right)^{21}$ koji sadrži a i b istog stepena.

22. Odrediti x u izrazu $\left(2\sqrt[3]{2^{-1}} + \frac{4}{4^{-x}\sqrt[4]{4}}\right)^6$ tako da treći član razvoja binoma iznosi 240.

23. Naći x tako da je razlika između četvrtog i šestog člana razvoja binoma $\left(\frac{\sqrt{2^x}}{\sqrt[16]{8}} + \frac{\sqrt[16]{32}}{\sqrt{2^x}}\right)^n$ jednaka 56, ako je poznato da je izložilac binoma n za 20 manji od binomnog koeficijenta trećeg člana.

24. Naći x za koje je u razvoju binoma $\left(\sqrt{2^x} + \frac{1}{\sqrt{2^{x-1}}}\right)^n$ zbir trećeg i petog člana 135, a zbir binomnih koeficijenata posljednja tri člana 22.

25. Odrediti x tako da četvrti član razvoja binoma $\left(\sqrt{2^{x-1}} + \sqrt[3]{2^{-x}}\right)^n$ bude 20 puta veći od n , ako se binomni koeficijenti četvrtog i drugog člana odnose 5:1.

26. Odrediti x ako je četvrti član razvoja binoma $\left(10^{\lg \sqrt{x}} + 10^{-\frac{1}{\lg x}}\right)^7$ jednak $35 \cdot 10^5$.

27. Četvrti član
Odrediti

28. Odrediti
jednak

29. Koristi
a) 6^{2n}
c) $2 \cdot 7^n$
e) 10^n

30. Koristi
a) 11

31. Koristi
b) 9

32. Od

33. Od

34. Na

35. O

36. N

3.

1.

- e) šestí član u razvoju $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^{13}$.
6. Izračunati zbir koeficijenata polinoma po x , koji se dobija razvojem binoma $(5x - 4)^{200}$.
7. Odrediti koeficijente uz:
 a) a^2b^8 u razvoju $(a + b)^{13}$, b) x^5 u razvoju $\left(3\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[3]{x}}\right)^{20}$.
 c) $a^{10}b^3$ u razvoju $(a - b)^{13}$, d) x^4 u razvoju $(x + 3x^{-1})^8$.
8. Naći član razvoja binoma: a) $\left(x + \frac{1}{x^4}\right)^{10}$, b) $(x + x^{-2})^{12}$ koji ne sadrži x .
9. Ispitati da li postoji član u razvoju binoma $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^9$ koji ne sadrži x .
10. Šesti član u razvijenom obliku binoma $\left(\frac{1}{x^2\sqrt[3]{x^2}} + x^{2\lg x}\right)^8$ jednak je 5600. Odrediti x .
11. Treći član u razvoju binoma $(x + x^{\lg x})^5$ jednak je 10^6 . Odrediti x .

12. Riješiti jednačinu $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} + \log_{\frac{1}{2}} 4 = 14$.

B

13. Binomni koeficijenti trećeg i desetog člana razvoja binoma $\left(5x^{-\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{3}}\right)^n$ su jednaki. Naći član razvoja koji ne sadrži x .
14. Treći član razvoja binoma $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ ne sadrži x . Odrediti x tako da taj član bude jednak drugom članu razvoja binoma $(1 + x^3)^{30}$.
15. Zbir binomnih koeficijenata razvoja $\left(2nx + \frac{1}{2nx^2}\right)^{3n}$ iznosi 64. Odrediti član koji ne sadrži x .
16. Naći član razvoja binoma $\left(\frac{1}{x} - x\sqrt[3]{x^2}\right)^n$ koji ne sadrži x , ako se zna da je zbir svih binomnih koeficijenata 256.